

11. κύματα ...

11.9.12 $(1, 1, \varepsilon, \varepsilon)$

11.9.15 $(1, \varepsilon, 1, 1)$

11.9.18 $(\varepsilon, \varepsilon, 1, \varepsilon)$

11.9.21 $(\varepsilon, 1, 1, 1)$

11.9.23 A. $(1, \varepsilon, 1)$, B. $(1, \varepsilon, 1)$

11.9.25 $(\varepsilon, \varepsilon, 1, 1)$

11.9.28 A. $(1, \varepsilon, 1)$, B. $(1, \varepsilon, 1, 1)$

11.9.30 $(1, \varepsilon, \varepsilon, 1)$

11.9.31. $T=0.2\text{s}$ ή $f=5\text{Hz}$, $\lambda=\frac{v}{f}$ ή $\lambda=0.2\text{m}$

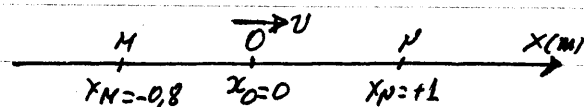
$$\psi_0(t) = 0.1\text{m}\cos(10\pi t)$$

$$\psi(x,t) = 0.1\text{m}\cos(10\pi t - \frac{2\pi x}{0.2})$$
 ή

$$\psi(x,t) = 0.1\text{m}\cos(10\pi t - 10\pi x)$$

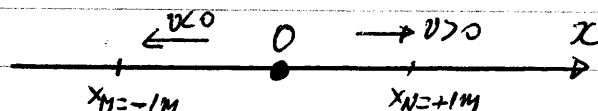
A. $\psi_N = 0.1\text{m}\cos(10\pi t + 8\pi)$, $\psi_N = 0.1\text{m}\cos(10\pi t - 10\pi)$ (S.F.)

B. $\psi_N = 0.1\text{m}\cos(10\pi t - 8\pi)$, $\psi_N = 0.1\text{m}\cos(10\pi t + 10\pi)$ (S.L.)



11.9.32. $\psi_0 = 0.2\text{m}\cos(20\pi t)$

$\omega = 20\pi \rightarrow f = 10\text{Hz}$, $\lambda = \frac{v}{f} = 0.2\text{m}$



$$\psi_+(x,t) = 0.2\text{m}\cos(20\pi t - 10\pi x)$$
. Το Ν ταλαντώνεται ελαττωδώς

απέναντι των κύματων $\rightarrow \psi_N(t) = 0.2\text{m}\cos(20\pi t - 10\pi)$ (S.L.)

$$\psi_-(x,t) = 0.2\text{m}\cos(20\pi t + 10\pi x)$$
. Το Μ ταλαντώνεται ελαττωδώς

απέναντι των κύματων $\rightarrow \psi_M(t) = 0.2\text{m}\cos(20\pi t - 10\pi)$ (S.L.)

Άρα έστω οι προστάσεις α, δ .

(... προς την θετική κατεύθυνση ... διαφεύγει ...)

11.9.33 (γ) $\omega = 100\pi$ ή $f = 50\text{Hz}$, $20\pi x = \frac{2\pi x}{\lambda}$ ή $\lambda = 0.1\text{m}$, $v = \lambda f = 5\text{m/s}$

11.9.34 $v_2 > v_1$ $v_1 = 5\text{m/s}$ $v_2 = 40\text{m/s}$

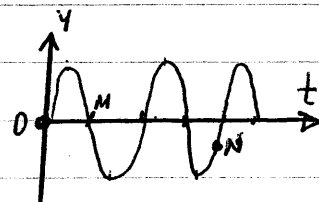
11.9.35 Κύμα Α: $f_A = 50\text{Hz}$, $\lambda_A = \frac{v}{f_A}$ (1). Κύμα Β: $f_B = 100\text{Hz}$, $\lambda_B = \frac{v}{f_B}$ (2)
... ιδία, διά δόρυ στο ίδιο γέφυρα (1), (2) \Rightarrow

$$\lambda_A f_A = \lambda_B f_B \text{ ή } \lambda_A \cdot 50 = \lambda_B \cdot 100 \text{ ή } \lambda_A = 2\lambda_B \text{ ή } \underline{\lambda_A > \lambda_B}$$

Άρα βωστή η πρόταση (β)

11.9.36. (α) Διαλαβισμός: $v = \lambda f = \lambda / T$ ή $\lambda = v \cdot T$ / $v = \text{επιφάνεια}$

11.9.37 (α) $\Delta x = 2,5\lambda$
 $\Delta x = v \cdot t_1$ } $v t_1 = 2,5\lambda$ ή $\lambda f \cdot t_1 = 2,5\lambda$ ή $t_1 = 2,5T$



(β) $v_0 < 0$, $v_M > 0$, $v_N < 0$

11.9.38 $\Delta x = v \cdot \Delta t$ ή $\Delta x = \lambda f \Delta t$ $\xrightarrow{f = \frac{N}{\Delta t}}$ $\Delta x = \lambda \cdot N$ ή $\lambda = \frac{\Delta x}{N} = \frac{5}{50} \Rightarrow \lambda = 0,1 \text{ m}$

11.9.39 A) 1^η περίπλοση $d = AB = 4\lambda$ ή $\lambda = \frac{d}{4}$
 2^η περίπλοση $d = AB = 5\lambda'$ ή $\lambda' = \frac{d}{5}$ } $\Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{5}{4} \Rightarrow \lambda > \lambda'$ ή $\underline{\lambda < \lambda'}$

Άρα το γήκω κύματος γερώνουμε. Σωστή η πρόταση Α(β)

B) $v = \lambda f$
 $v' = \lambda' f'$ } και επειδή έχουμε το ίδιο έδαφος $v = v' \Rightarrow \lambda' f' = \lambda f$ ή

ή $f' = \frac{\lambda}{\lambda'} f$ ή $f' = \frac{5}{4} f$ ή $f' > f$ Άρα αυξήθηκε η συχνότητα των κυμάτων. Σωστή η πρόταση Β(β)

11.9.40. (βλέπε θεωρία 11.5, 11.6, 11.6.1)

11.9.41. Επειδή $\Delta x = 2,5\lambda = 5 \frac{\lambda}{2} = \text{max}(2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ τα σημεία M, N είναι

σε αντίθεση φάσης, άρα αν $\psi_M = +A$ τότε $\psi_N = -A$

... και διαφορετικά ... (χωρίς επιπλέον θεωρία)

$\psi(x,t) = A \sin(\omega t - 2\pi x/\lambda)$. Για $t = t_1$, $x = x_M$, $\psi = +A$ παίρνουμε

$A = A \sin(\omega t_1 - \frac{2\pi x_M}{\lambda})$ ή $\sin(\omega t_1 - \frac{2\pi x_M}{\lambda}) = +1$ (1)

$\psi_N(t_1) = A \sin(\omega t_1 - \frac{2\pi(x_M \pm 2,5\lambda)}{\lambda}) = A \sin(\omega t_1 - \frac{2\pi x_M}{\lambda} \pm 5\pi) \sim$

$\psi_N(t_1) = -A \sin(\omega t_1 - \frac{2\pi x_M}{\lambda}) \xrightarrow{(1)} \psi_N(t_1) = -A$

... Άρα βωστή η πρόταση (β)

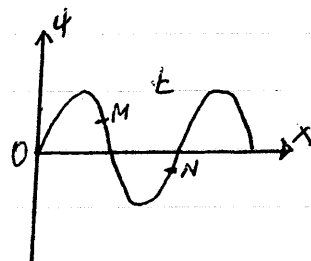
$$11.9.42 \text{ A) } \left. \begin{aligned} \Delta x &= 1,5\lambda \\ \Delta x &= v t \end{aligned} \right\} vt = 1,5\lambda \text{ ή } \lambda f t = 1,5\lambda \text{ ή } t = 1,5T$$

Άρα εισερχή η πρόταση (β)

β) Υποθέτουμε δεξιά φορά διάδοσης

$$v_0 < 0, v_M > 0, v_N < 0$$

$$\gamma) |v_0| > |v_M|$$



11.9.43 Σωστή η πρόταση (γ).

1^{ος} τρόπος διανυσματικός: Η αρχική φάση $\frac{\pi}{2}$ αντιστοιχεί σε χρόνο $\Delta t_1 = \frac{\phi}{\omega} = \frac{\pi/2}{2\pi/T} = \frac{T}{4}$.

Μέσα στο χρόνο Δt_1 το κύμα έχει διασπείρει κατά $\Delta x_1 = v \Delta t_1 = \frac{v}{4}$. Άρα το κύμα

την $t=0$ έχει φθάσει στη θέση $x_1 = \frac{v}{4}$. Μετά από χρόνο $t = \frac{T}{2}$ έχει

επιπλέον μετατοπισθεί κατά $\Delta x = v \frac{T}{2} = \frac{v}{2}$, άρα έχει φθάσει στη

$$\text{θέση } x_2 = x_1 + \frac{v}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{v}{4} + \frac{v}{2} \text{ ή } x_2 = \frac{3v}{4}$$

2^{ος} τρόπος: $\psi(x,t) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)$. Την $t = \frac{T}{2}$ έχει

φθάσει σε ένα σημείο M ($x = x_M$)

$$\phi_M = 0, \text{ δηλαδή}$$

$$\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} - \frac{2\pi x_M}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = 0 \text{ ή } \dots x_M = \frac{3\lambda}{4}$$

11.9.44 A) A.1 - Γ, A.2 - Α B) Α, Δ Γ) Β, Ζ

$$\text{A) } a_{\max} = a_A, v_{\max} = v_T \quad \text{B) } \phi_A - \phi_B = \pi, \quad \Gamma) (BZ) = \lambda$$

$$11.9.45 \text{ 1^ο κύμα: } \left. \begin{aligned} \omega_1 &= 100\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f_1 = 50 \text{ Hz} \\ 2\pi x &= 2\pi x \Rightarrow \lambda_1 = 1 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} v_1 &= \lambda_1 f_1 = 50 \text{ m/s} \\ v_{\max} &= \omega_1 A_1 = 3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Οποια και αν το κύμα 3^ο κύμα βρίσκεται

$$(v_2 = 100 \text{ m/s}, v_{2\max} = 2,5 \text{ m/s}) \text{ και } (v_3 = 10 \text{ m/s}, v_{3\max} = 1,67 \text{ m/s})$$

A) Μεγαλύτερη ταχύτητα διάδοσης έχετε στην περίπτωση Β

B) Μεγαλύτερη ταχύτητα ταλίνωσης έχετε στην περίπτωση Α

$$11.9.46 \text{ A) } \lambda_2 = 2\lambda_1 \Rightarrow v T_2 = 2 v T_1 \text{ ή } T_2 = 2 T_1 \text{ ή } f_1 = 2 f_2$$

$$\left. \begin{aligned} \text{B) } v_{1\max} &= \omega_1 A_1 = 2\pi f_1 2A = 8\pi f_2 A \\ v_{2\max} &= \omega_2 A_2 = 2\pi f_2 A \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{1\max} = 4 v_{2\max}$$

11.9.46 A) $v_1 > v_2$ πρώτα φθάσει το διάτμημα και μετά το εγκάρσιο

β) Διαγινώσκουμε: $t_1 = \frac{d}{v_1}$ } $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{d}{v_2} - \frac{d}{v_1} \Rightarrow d = \frac{v_1 v_2}{v_1 - v_2} \Delta t$
 Εγκρίνω: $t_2 = \frac{d}{v_2}$

11.9.48 Α) $v_a > 0$, διαδίδει προς τα δεξιά
 $v_b < 0$, διαδίδει προς τα αριστερά

Α) α: $2,5\lambda_1 = 1,5$ ή $\lambda_1 = 0,6\text{m}$, $f_1 = \frac{v}{\lambda_1}$
 β: $1,5\lambda_1 = 1,5$ ή $\lambda_2 = 1\text{m}$, $f_2 = \frac{v}{\lambda_2}$ } $\Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{0,6}$ ή $\frac{f_1}{f_2} = \frac{5}{3}$

11.9.49 δ) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 2\text{m/s}$



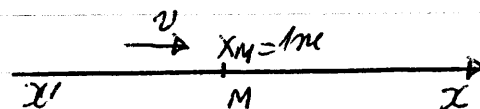
β) $v = \lambda f$ ή $\lambda = \frac{v}{f} = 0,4\text{m}$

$\omega = 2\pi f = 10\pi \text{ rad/s}$

$\psi_M = A \sin(\omega(t+t_1))$ ή $\psi_M = 0,1 \sin(10\pi t)$ (S.I.)

$\psi_N = A \sin(\omega(t+t_2))$ ή $\psi_N = 0,1 \sin(10\pi t - 5\pi)$

11.9.50 $v = 10\text{m/s}$
 $\omega = 10\pi$ ή $f = 5\text{Hz}$ } $\Rightarrow \lambda = 2\text{m}$



Εξίσωση κύματος $\psi = A \sin(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \phi_0)$ ή $\psi(x,t) = 0,1 \sin(10\pi t - \pi x + \phi_0)$ (1)

$\Rightarrow \psi_M(t) = 0,1 \sin(10\pi t - \pi + \phi_0)$. Για να συμβληθούν αλληλίες
 την $\psi_M = 0,1 \sin(10\pi t)$ πρέπει $\phi_0 = \pi$, άρα η εξίσωση
 του κύματος είναι $\psi(x,t) = 0,1 \sin(10\pi t - \pi x + \pi)$
 Σωστή η πρόταση του 2ου γαδμή.

11.9.51. $f = \frac{v}{\lambda} = 10\text{Hz}$, $A = 0,01 = 10^{-2}\text{m}$, $\lambda = 8 \cdot 10^{-2}\text{m}$

Α) $v = \lambda f = 0,8\text{m/s}$ Β) $\psi(x,t) = 10^{-2} \sin(20\pi t - 25\pi x)$ (S.I.)

Γ.1) $\psi_M = 10^{-2} \sin(20\pi t - 20\pi x_M) = 10^{-2} \sin \phi_M = 10^{-2} \sin(\frac{23\pi}{6})$ ή $\psi_M = -0,5 \cdot 10^{-2}\text{m}$

Γ.2) $\Delta \phi_{MN} = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 5\pi \Rightarrow \phi_M - \phi_N = 5\pi \Rightarrow \phi_N = \frac{23\pi}{6} - 5\pi$ ή $\phi_N < 0$
 άρα το κύμα δεν έχει φθάσει στο Ν.

11.9.52 $D = k = m\omega^2$ ή $\omega = 20\text{rad/s}$ και $f = 10\pi\text{Hz}$, $\lambda = 0,02\text{m}$

Α) $\psi(t) = 0,01 \sin(20t)$ (S.I.) Β) $v = \lambda f = 0,064\text{m/s}$

Γ) $\psi(x,t) = 0,01 \sin(20t - 100\pi x)$ (S.I.) Δ) $v_{\max} = \omega A = 0,2\text{m/s}$

11.9.53 α) $A=0,10\text{m}$ β) $\omega=10\pi\text{rad/s} \Rightarrow f=5\text{Hz}, \lambda=0,2\text{m}$
 α) $v=\lambda f=1\text{m/s}$ δ) $v_{\max}=\omega A=10\pi \cdot 0,10 \Rightarrow v_{\max}=3,14\text{m/s}$
 ε) $a_{\max}=\omega^2 A=100\text{m/s}^2$ ε) $\psi_7=0,10\pi\text{m}(10\pi t) \xrightarrow{t=1,05\text{s}} \psi_7=0,10\pi\text{m}$
 στ) $v=\pm\omega\sqrt{A^2-y^2}=\pm10\pi\sqrt{0,10^2-0,08^2} \Rightarrow v=\pm0,6\pi\text{m/s} \Rightarrow v=\pm1,884\text{m/s}$
 ζ) $\psi_4=0,10\pi\text{m}(10\pi t-10\pi x_4)=0,10\pi\text{m}(10\pi t-4\pi) \xrightarrow{t=0,5\text{s}} \psi_4=0$
 η) $v_1=176\omega(10\pi t-4\pi) \xrightarrow{t=0,5\text{s}} v_1=-3,14\text{m/s}, a_4=-\omega^2 y_4=0$
 θ1) $\Delta\varphi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}=2\pi\frac{0,3}{0,2} \Rightarrow \Delta\varphi=3\pi$
 θ2) $A_1\psi_1=+0,04\text{m} \Rightarrow \psi_2=-0,04\text{m}$
 θ3) $A_1v_1=-1\text{m/s} \Rightarrow v_2=+1\text{m/s}$

$$\left. \begin{array}{l} \psi_1=0,10\pi\text{m}\varphi_1 \Rightarrow 0,04=0,10\pi\text{m}\varphi_1 \\ \Rightarrow \pi\varphi_1=0,4 \quad (1) \\ \psi_2=0,10\pi\text{m}\varphi_2=0,10\pi\text{m}(\varphi_1\pm3\pi) \\ \Rightarrow \psi_2=-0,10\pi\text{m}\varphi_1 \xrightarrow{(1)} \psi_2=-0,04\text{m} \end{array} \right\}$$

11.9.54 2A=0,10 $\Rightarrow A=0,05\text{m}$, $T/2=0,2\text{s} \Rightarrow T=0,4\text{s}, \omega=\frac{2\pi}{T}=5\pi\text{rad/s}, f=2,5\text{Hz}$
 $v=\Delta x/\Delta t=\frac{1\text{m}}{0,5\text{s}} \Rightarrow v=2\text{m/s}, \lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow \lambda=0,8\text{m}$
 Α) $\psi(x,t)=0,05\pi\text{m}(5\pi t-2,5\pi x)$ (Σ.Ε) Β) $\psi_M(t)=0,05\pi\text{m}(5\pi t-2,5\pi x_M) \xrightarrow{x_M=1,2\text{m}}$
 $\psi_M(t)=0,05\pi\text{m}(5\pi t-3\pi)$ και $v_M(t)=0,25\pi\text{m/s}(5\pi t-3\pi)$. Για $t=2,1\text{s}$
 βρίσκουμε $\psi_M=-0,05\pi\text{m}$ και $v_M=0$. Επίσης $a_M=-\omega^2\psi_M \Rightarrow a_M=12,5\text{m/s}^2$
 Γ) $\Delta\varphi=\frac{2\pi\Delta x}{\lambda}=2\pi\frac{1,2}{0,8} \Rightarrow \Delta\varphi=3\pi$ (ομοκαρδικοί φάσεις)
 Δ) $\Delta\varphi_{MN}=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}=2\pi\frac{0,4}{0,8} \Rightarrow \Delta\varphi=\pi$ Αν $\psi_M=+0,03\text{m} \Rightarrow \psi_N=-0,03\text{m}$ (αντιδιαφασικοί)

11.9.55 $f=\frac{N}{t}=5\text{Hz}, \omega=2\pi f=10\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}, \lambda=\frac{v}{f}=0,2\text{m}, \dots \varphi_0=\frac{\pi}{2}$
 Α) $\psi(x,t)=0,05\pi\text{m}(10\pi t-10\pi x+\pi/2)$ (Σ.Ε)
 Β) $\psi_M(t)=0,05\pi\text{m}(10\pi t-6,5\pi)$. Το ψ_M γίνεται 0 όταν $\varphi_M=0$ ή $10\pi t-6,5\pi=0$ ή $t=0,65\text{s}$
 Γ) $\psi_M(t)=0,05\pi\text{m}(10\pi t-6,5\pi)=-0,05$... $t=0,8\text{s}$

11.9.56. $f=5\text{Hz}, \lambda=0,5\text{m}, v=\lambda f=2,5\text{m/s}$
 Α) $\psi(x,t)=0,10\pi\text{m}(10\pi t+4\pi x)$ Β) $\psi_A(t)=0,10\pi\text{m}(10\pi t+3\pi) \xrightarrow{t=0,625\text{s}}$
 $\Rightarrow \psi_A=-0,05\sqrt{2}\text{m}$ Γ) $\psi_B(t)=0,10\pi\text{m}(10\pi t-\pi)$
 Γ.1) $\Delta\varphi_{AB}=\varphi_A-\varphi_B=(10\pi t+3\pi)-(10\pi t-\pi) \Rightarrow \Delta\varphi_{AB}=4\pi$
 ή $\Delta\varphi_{AB}=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}=2\pi\frac{x_A-x_B}{\lambda}=2\pi\frac{0,75-(0,25)}{0,2}=4\pi$
 Γ.2) $\psi_B=-0,10\text{m}, v_B(t)=176\omega(10\pi t-\pi) \xrightarrow{t=0,25\text{s}} v_B=0$

11.9.61. $T=0,4\text{ s}$, $\omega=5\pi\text{ rad/s}$, $A=0,4\text{ m}$

$\psi(x,t)=0,4\text{ m}\cos(5\pi t-2\pi x/\lambda)$ $\xrightarrow{x=x_M=0,2\text{ m}}$ $\psi(x)=0,4\text{ m}\cos(5\pi t-\frac{0,4\pi}{\lambda})$

Γ) $t=\frac{5T}{6}$, $\psi_M=-0,2\text{ m}$ $\text{όρα } -0,2=0,4\text{ m}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{5T}{6}-\frac{0,4\pi}{\lambda}) \Rightarrow$

$\cos(\frac{5\pi}{3}-\frac{0,4\pi}{\lambda})=-\frac{1}{2}$ $\text{ή } \frac{5\pi}{3}-\frac{0,4\pi}{\lambda}=\pi+\frac{\pi}{6} \rightarrow \lambda=0,8\text{ m}$

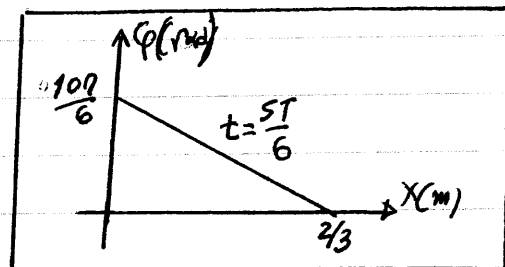
A) $v=\lambda f=2\text{ m/s}$ B) $t_M=\frac{x_M}{v}$ $\text{ή } t_M=0,1\text{ s}$

Γ) $\varphi(x,t)=5\pi t-\frac{2\pi x}{0,8}$ $\text{ή } \varphi(x,t)=5\pi t-2,5\pi x \xrightarrow{t=\frac{5T}{6}}$ $\varphi(x)=\frac{10\pi}{6}-2,5\pi x$

Δ) $v(x,t)=2\pi\text{ BW}(5\pi t-2,5\pi x)$ (S.I)

E) $x_M(t)=0,4\text{ m}\cos(5\pi t-0,5\pi)$

$v_M(t)=2\pi\text{ BW}(5\pi t-0,5\pi)=\pm\pi \dots t=\frac{5}{30}\text{ s}$



11.9.62. A) $A=0,1\text{ m}$, $f=10\text{ Hz}$, $\omega=20\pi\text{ rad/s}$

$\psi(x,t)=0,1\text{ m}\cos(20\pi t-\frac{2\pi x}{\lambda})$ ή

$\psi(x,t)=0,1\text{ m}\cos(20\pi t-0,8\pi/\lambda)$ $\text{ή } \xrightarrow{t=0,2\text{ s}}$

$-0,1=0,1\text{ m}\cos(\pi-\frac{0,8\pi}{\lambda})$ $\text{ή } \lambda=0,32\text{ m}$

$v=\lambda f$ $\text{ή } v=3,2\text{ m/s}$

B) $\Delta\varphi=2\pi\Delta x/\lambda$ $\text{ή } \Delta x=\frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda=\frac{3\pi/4}{2\pi}\cdot 0,32$ $\text{ή } \Delta x=0,12\text{ m}$

$\text{όρα } (ON)=(ON)-\Delta x$ $\text{ή } (ON)=d=0,28\text{ m}$

Γ) $\lambda'=\frac{v}{f'}=\frac{v}{f/2}=2\frac{v}{f}$ $\text{ή } \lambda'=0,64\text{ m}$, $\Delta\varphi=\frac{2\pi\Delta x'}{\lambda'}$ $\text{ή } \frac{3\pi}{4}=2\pi\frac{\Delta x'}{0,64}$

$\text{ή } \Delta x'=0,24\text{ m}$ $\text{όρα } (ON')=(ON)-\Delta x'$ $\text{ή } (ON')=d'=0,16\text{ m}$

$\Delta d=0,28\text{ m}-0,16\text{ m}$ $\text{ή } \Delta d=0,12\text{ m}$

11.9.63. A) $\text{Επειδή } \varphi_M > \varphi_N$

το κύμα διαδίδεται από το

M προς το N.

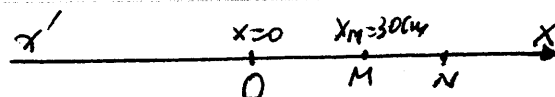
B) $\Delta x=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{k=2} \Delta x=5\frac{\lambda}{2}$ $\text{ή } 30=5\frac{\lambda}{2}$ $\text{ή } \lambda=12\text{ cm}$ $\text{ή } \lambda=0,12\text{ m}$

$\Delta\varphi_{MN}=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow 6,5\pi=2\pi\frac{\Delta x}{0,12}$ $\text{ή } \Delta x=0,39\text{ m}$ $\text{ή } \Delta x=39\text{ cm}$

Γ) $\psi(x,t)=0,1\text{ m}\cos(10\pi t-50\pi x/3)$ (S.I) Δ) $\Delta\varphi_{MN}=6,5\pi=6\pi+\pi$ $\text{ή } \Delta\varphi_{MN}=\pi$

E) $\psi_M=0,1\text{ m}\cos(10\pi t-50\pi x_M/3)=0,06$ $\text{ή } \cos(\varphi_M)=0,6$ $\text{ή } \varphi_M=\pm 0,92$

$\psi_N=0,1\text{ m}\cos(\varphi_N)=0,1\text{ m}\cos(\varphi_M-6,5\pi)=0,16\text{ m}\cos\varphi_M$ $\text{ή } \varphi_N=\pm 0,08\text{ m}$

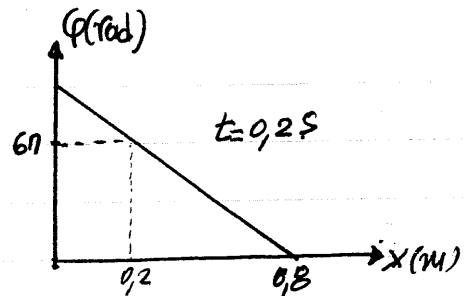


$$11.9.64 A) \varphi(x,t) = \omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \xrightarrow{t=0,25}$$

$$\varphi(x) = 0,2\omega - \frac{2\pi x}{\lambda} \text{ (S.I.)}$$

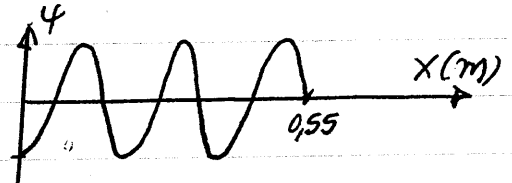
$$\text{Για } x=0,8\text{ m} \rightarrow 0 = 0,2\omega - \frac{2\pi \cdot 0,8}{\lambda} \text{ ή } \omega = \frac{8\pi}{\lambda} \text{ (1)}$$

$$\text{Για } x=0,2 \rightarrow 6\pi = 0,2\omega - \frac{2\pi \cdot 0,2}{\lambda} \xrightarrow{(1)} \lambda = 0,2\text{ m}$$



$$\text{και } \omega = 40\pi \text{ rad/s ή } f = 20\text{ Hz, } v = \lambda f \text{ ή } v = 4\text{ m/s}$$

$$B) \psi(x,t) = 0,1\pi \cos(40\pi t - 10\pi x) \text{ (S.I.)}$$



Γ) θ. η. είναι παραδείγματα

$$11.9.65 A) \psi(x,t) = 0,02\pi \cos(10\pi t - 10\pi x) \text{ (S.I.)}, \lambda = 0,2\text{ m} - \omega = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$B.1) t = \frac{x}{v} = 0,9\text{ s} \quad B.2) \psi(t) = 0,02\pi \cos(10\pi t - 9\pi) \text{ και}$$

$$v(t) = 0,276\text{ m/s}(10\pi t - 9\pi)$$

$$\Gamma) \Delta x_{\phi} = k\lambda \Rightarrow x_{\phi} - x_{\Sigma} = k\lambda \text{ ή}$$

$$0,9 - x_{\Sigma} = k \cdot 0,2 \text{ ή } x_{\Sigma} = 0,9 - 0,2k$$

$$0 \leq x_{\Sigma} \leq 0,9 \text{ ή } 0 < 0,9 - 0,2k < 0,9$$

$$-0,9 \leq -0,2k < 0 \text{ ή } 0,9 > 0,2k > 0 \text{ ή } 4,5 > k > 0, k = 1, 2, 3, 4$$

Άρα γεωσφύ ημής και φελλών που είναι 6 ε συν/των'α φάσης είναι 4.

$$D) \psi_{\phi} = 0,02\pi \cos(10\pi t - 9\pi) = 0,01 \text{ ή } \pi \cos(10\pi t - 9\pi) = \frac{1}{2} \text{ ή } 10\pi t - 9\pi = \frac{\pi}{6} \text{ ή } t = \frac{55}{60}\text{ s}$$

$$E) E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 4 \cdot 10^{-4}\text{ J}, v = \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = 1 \cdot 10^{-4}\text{ J}, K = 3 \cdot 10^{-4}\text{ J}$$

$$11.9.66 A) 5\lambda = 50 \text{ ή } \lambda = 10\text{ cm} = 0,1\text{ m}, f = 5\text{ Hz και } v = 0,5\text{ m/s}$$

$$B) \Delta \varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \text{ ή } \Delta \varphi = 17\pi \text{ rad}$$

$$\Gamma) 1. v_M = \pm \omega \sqrt{A^2 - y_M^2} \rightarrow v_M = \pm 0,4\pi \text{ m/s}$$

$$2. \psi_M = -0,03\text{ m} \text{ (οοο αντίθετα φάσης)}$$

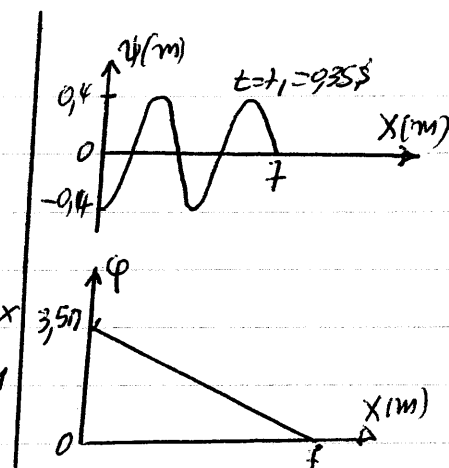
$$D) \psi_M = 0,05\pi \cos(10\pi t - \varphi) = 0,03 \Rightarrow \pi \cos(10\pi t - \varphi) = 0,6 \text{ και } 6\pi \cos(10\pi t - \varphi) = \pm 0,8$$

$$\psi'_M = 0,05\pi \sin(10\pi(t_1 + \frac{4}{40}) - \varphi) = 0,05\pi \sin(10\pi t_1 - \varphi + 10\pi \frac{1}{4}) = 0,05\pi \sin(10\pi t_1 - \varphi + \frac{\pi}{4})$$

$$\rightarrow \psi'_M = 0,05\pi \sin(10\pi t_1 - \varphi) \cos \frac{\pi}{4} + 6\pi \cos(10\pi t_1 - \varphi) \sin \frac{\pi}{4} \text{ οπ' όσον}$$

$$\psi'_M = 0,049\text{ m ή } \psi'_M = -0,007\text{ m}$$

11.9.67. A) $\lambda = \lambda + \frac{3\lambda}{4} = \frac{7\lambda}{4} = 7 \Rightarrow \lambda = 4\text{m}$
 $v = \lambda f$ и $v = 20\text{m/s}$, $t_1 = \frac{x}{v} = \frac{x}{20} = 0,35\text{s}$



B) $\psi(x,t) = 0,4\text{m} \cdot \cos(10\pi t - 0,5\pi x)$ (S.I.)

Г) $\varphi(x,t) = 10\pi t - 0,5\pi x \xrightarrow{t=0,35} \varphi(x) = 3,5\pi - 0,5\pi x$

Д) $\psi_M(t) = 0,4\text{m} \cdot \cos(10\pi t - 4,5\pi) \xrightarrow{t=0,55} \psi_M = 0,4\text{m}$

и $\psi_M = 0,000 = 0$

($t_2 = t_1 + 0,15 = 0,35 + 0,15 = 0,50\text{s}$)

11.9.68. $\lambda = 0,6 - 0,4$ и $\lambda = 0,2\text{m}$

$\psi(x,t) = 0,05\text{m} \cdot \cos(\omega t - 2\pi x/\lambda)$ и

$\psi_M = 0,05\text{m} \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi \cdot 0,4}{0,2})$ и $\psi_M = 0,05\text{m} \cdot \cos(\omega t - 4\pi) \xrightarrow{t=0,45\text{s}} 0,05 = 0,05\text{m} \cdot \cos(0,45\omega - 4\pi)$

и $0,45\omega - 4\pi = \pi/2$ и $\omega = 10\pi \text{rad/s} \Rightarrow f = 5\text{Hz}$

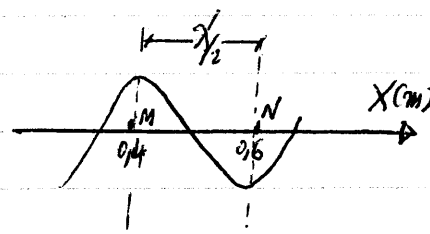
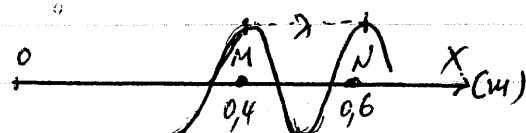
A) $v = \lambda f = 1\text{m/s}$ B) $v_{\text{max}} = \omega A = 0,5\pi \text{m/s}$

Г) $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - y^2} = \pm 10\pi \sqrt{0,05^2 - 0,03^2}$ и $v = \pm 0,4\pi \text{m/s}$

Д) $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi \frac{\lambda/2}{\lambda}$ и $\Delta\varphi = \pi$, $\Delta x_{MN} = \frac{\lambda}{2}$

и $0,2 = \lambda/2$ и $\lambda' = 0,4\text{m}$

$v' = \lambda' f'$ и $f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{1\text{m/s}}{0,4\text{m}}$ и $f' = 2,5\text{Hz}$



11.9.69 A) $\psi(x,t) = 0,1\text{m} \cdot \cos(10\pi t + 5\pi x)$

$f = 5\text{Hz}$, $\lambda = 0,4\text{m}$, $v = \lambda f = 2\text{m/s}$

B) $x_M = -2\lambda = -0,8\text{m}$, $x_N = +3,5\lambda = +1,4\text{m}$

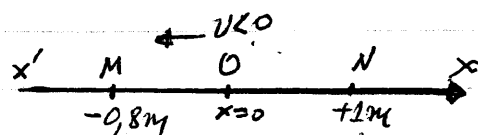
$\psi_M(t) = 0,1\text{m} \cdot \cos(10\pi t - 4\pi)$, $\psi_N(t) = 0,1\text{m} \cdot \cos(10\pi t + 5\pi)$ (S.I.)

Г) $\psi_0 = 0,1\text{m} \cdot \cos(10\pi t)$, $v_0 = 0,6\text{W} \cdot \cos(10\pi t) \Rightarrow -\eta = 0,6\text{W} \cdot \cos(10\pi t)$ и $10\pi t = 2\pi n + \pi$

$\psi_M = 0,1\text{m} \cdot \cos(2\pi n + \pi - 4\pi) \Rightarrow \psi_M = 0$ и $\psi_N = 0,1\text{m} \cdot \cos(2\pi n + \pi + 5\pi) \Rightarrow \psi_N = 0$

Д) $\Delta\varphi_{MN} = \varphi_N - \varphi_M = (10\pi t + 5\pi) - (10\pi t - 4\pi)$ и $\Delta\varphi_{MN} = 9\pi \Rightarrow \Delta\varphi_{MN} = 9\pi \Rightarrow \Delta\varphi_{MN} = 9\pi \Rightarrow \Delta\varphi_{MN} = 9\pi$

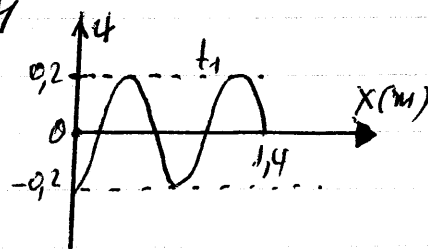
и $\Delta\varphi_{MN} = 9\pi \Rightarrow \Delta\varphi_{MN} = 9\pi \Rightarrow \Delta\varphi_{MN} = 9\pi$



11.9.70 A) $\lambda + \frac{3\lambda}{4} = 1,4 \Rightarrow \lambda = 0,8\text{m}$

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,4\text{m}}{0,35\text{s}}$ и $v = 4\text{m/s}$

$v = \lambda f \Rightarrow f = 5\text{Hz}$ и $\omega = 10\pi \text{rad/s}$



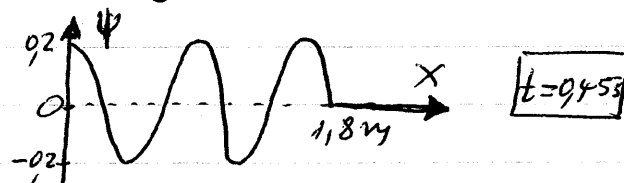
B) $\psi(x,t) = 0,2 \mu \text{m} (10\pi t - 2,5\pi x)$ Γ) $v_M < 0$

Δ) Την $t = 0,45 \text{ s}$ η εξίσωση του σιδηρόστρουτο λέει ότι είναι

$\psi(x) = 0,2 \mu \text{m} (4,5\pi - 2,5\pi x)$ ή $\psi(x) = 0,26 \text{m} (2,5\pi x)$.

Το κλίμα έχει φθάσει στην θέση $x = v \cdot t = 4 \text{ m/s} \cdot 0,45 \text{ s}$ ή $x = 1,8 \text{ m}$

$\frac{x}{\lambda} = \frac{1,8}{0,8} = \frac{18}{8}$ ή $x = 2\lambda + \frac{2}{4}$



11.9.71. A) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,8}{0,4} = 2 \text{ m/s}$

$2T = 0,4$ ή $T = 0,2 \text{ s} \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$

$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$ ή $\lambda = 0,4 \text{ m}$

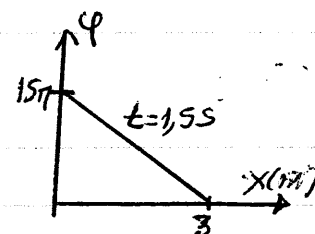
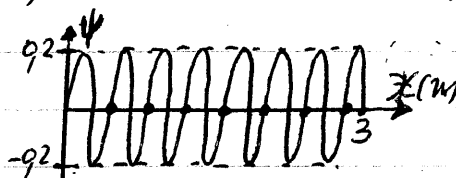
B) $\psi(x,t) = 0,2 \mu \text{m} (10\pi t - 5\pi x)$

Γ1) Στις $t = 1,5 \text{ s}$ η εξίσωση του σιδηρόστρουτο λέει ότι είναι

$\psi(x) = 0,2 \mu \text{m} (15\pi - 5\pi x) = -0,2 \mu \text{m} (-5\pi x)$ ή $\psi(x) = 0,2 \mu \text{m} (5\pi x)$

$x = v \cdot t = 2 \text{ m/s} \cdot 1,5 \text{ s} = 3 \text{ m}$

$\frac{x}{\lambda} = \frac{3}{0,4} = 7,5$ ή $x = 7,5\lambda$



Γ2) $\varphi(x,t) = 10\pi t - 5\pi x \xrightarrow{t=1,5} \varphi(x) = 15\pi - 5\pi x$

11.9.72 α) $\omega = 8\pi \Rightarrow f = 4 \text{ Hz}$, $\lambda = \frac{v}{f}$ ή $\lambda = 5 \text{ m}$, $T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = 0,25 \text{ s}$

β) $\lambda = 5 \text{ m}$ δ) $\psi(x,t) = 0,05 \text{ m} (8\pi t - 0,4\pi x)$ (S.F). Προσοχή! Εδώ επεφύλαξε να δώσει ότι ο $O(x=0)$ δίνει αν είναι σε άγρυθ θάλασσα $x \neq 0$ υπάρχει αρκτική φάση $\varphi_0 \neq 0$

δ) $v_{\max} = 20A = 8\pi \cdot 0,05$ ή $v_{\max} = 0,4\pi = 1,256 \text{ m/s}$

11.9.73 A) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3}{0,3} = 10 \text{ m/s}$

B) $\lambda + \frac{\lambda}{2} = 3 \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$

$v = \lambda f$ ή $f = 5 \text{ Hz} \Rightarrow T = 0,2 \text{ s}$

Γ) $\psi(x,t) = 0,05 \text{ m} (10\pi t - \pi x)$

Δ) $t_2 = t_1 + \frac{T}{4} = 0,35 \text{ s}$

$\psi(x) = 0,05 \text{ m} (3,5\pi - \pi x)$ ή

$\psi(x) = -0,05 \text{ m} (\pi x)$

$x = v \cdot t = 3,5 \text{ m}$

